

دو مرحله ای سازی مدل ریاضی با استفاده از الگوریتم آزاد سازی لاگرانژ

شهاب فروتن چهر^۱، سعید آقاسی^۲، سید محمدرضا داوودی^۳

^۱ دانشجوی دکتری مدیریت صنعتی گرایش مالی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد دهقان (نویسنده مسئول)

^۲ عضو هیات علمی دانشگاه آزاد واحد دهقان

^۳ دکتری مدیریت صنعتی گرایش تولید و عملیات، استادیار، مدیر گروه و عضو شورای پژوهشی و دانش بنیان واحد دهقان

چکیده

بهینه سازی انتخاب سبد سرمایه گذاری برای مدیریت ریسک و دستیابی به بازده رضایت بخش بسیار مهم است. ارزیابی دقیق و انتخاب دارایی های مالی درآمدزا برای سرمایه گذاران حیاتی است. عواملی مانند عدم سودآوری، پیچیدگی سهام و چالش های ناشی از واسطه های سرمایه گذاری، موانع مهمی در تصمیم گیری سرمایه گذاری هستند. هدف از این پژوهش ارائه مدل ریاضی دو مرحله ای ارزیابی و انتخاب سبد سهام بود. این مطالعه یک مدل ریاضی دو مرحله ای چندهدفه را برای بهینه سازی انتخاب اوراق بهادار سرمایه گذاری پیشنهاد کرد. برای پرداختن به عدم قطعیت در ارزیابی پورتفولیو، نظریه عدم قطعیت "پایداری برتسیماس و سیم" توسعه داده شد و در مدل ریاضی اعمال شد. علاوه بر این، به دلیل پیچیدگی مسئله NP-HARD، اعتبارسنجی مدل در مقیاس بزرگ تری با استفاده از الگوریتم های فراابتکاری MOPSO و NSGAI انجام شد. تجزیه و تحلیل نتایج حاصل از دو الگوریتم نشان داد که زمان محاسباتی الگوریتم MOPSO از الگوریتم NSGAI پیشی می گیرد و میانگین توابع هدف اول و دوم MOPSO برتری آن را نسبت به NSGAI نشان می دهد. علاوه بر این، سایر پارامترهای تحلیلی مانند NPF، MSI و SM نشان دادند که الگوریتم NSGAI از الگوریتم MOPSO بهتر عمل می کند. در نهایت با استفاده از روش TOPSIS نشان داده شد که الگوریتم NSGAI با وزن ۰,۶۹۴۵ نسبت به MOPSO مطلوب تر است.

واژه های کلیدی: ارزیابی، سبد اوراق بهادار، مدل ریاضی چند هدفه، الگوریتم فرا ابتکاری، عدم قطعیت

۱. مقدمه

هدف افراد در سرمایه گذاری های خود، علی الخصوص در بورس، ایجاد بازده مثبت و به صورت همزمان کاهش احتمال ریسک است، بدین سبب امروزه، داشتن مدیریت اثربخش در دارایی های مالی اهمیت زیادی پیدا کرده است و مباحث مرتبط با بهینه سازی پورتفولیو رویکرد محبوبی برای این دسته از افراد است. از این رو در این فصل که به بیان کلیات اجرای پژوهش می پردازد، در ابتدا در قالب بیان مساله به بحث و بررسی در حوزه سرمایه گذاری در حوزه سبد سهام پرداخته شده و در بخش ضرورت و اهمیت اجرای آن بیان می گردد و در ادامه اهداف و سوالات پژوهش معرفی و در نهایت چارچوب کلی پژوهشی ارائه می شود.

۲. بهره‌وران نتایج پژوهش

این پژوهش برای سرمایه گذاران حقیقی و حقوقی که در نظر دارند جهت سرمایه گذاری سبد سهام مناسب با استفاده از تحلیل علمی ریاضی بر اساس رویکرد اطلاعات شرکت عمل نمایند مناسب می باشد.

۳. روش تحقیق

روش پژوهش حاضر بر اساس هدف از نوع کاربردی و از نظر نوع داده‌ها، پس رویدادی می باشد. هدف پژوهش‌ها کاربردی، توسعه دانش کاربردی در یک زمینه خاص است. در پژوهش‌های پس رویدادی، کشف علت‌ها یا عوامل بروز یک رویداد یا حادثه یا پدیده موردنظر است؛ بنابراین، پس از آنکه واقعه‌ای روی داد، پژوهش درباره آن شروع می شود. بنابراین می توان گفت که این پژوهش از نظر روش، جزء پژوهش‌های توصیفی همبستگی می باشد.

۴. قلمرو پژوهش

قلمرو موضوعی پژوهش: پژوهش حاضر به دنبال ارائه الگوی ریاضی دو مرحله ای برای انتخاب سبد بهینه سهام بوده و در حوزه تحقیقات مالی – سرمایه گذاری قرار می گیرد.

قلمرو زمانی پژوهش: فرایند انجام تحقیق از اردیبهشت ماه ۱۴۰۰ شروع گردیده و تهیه گزارش نهایی در دی ماه ۱۴۰۲ انجام شده است.

قلمرو مکانی پژوهش: بورس اوراق بهادار تهران به عنوان قلمرو مکانی تحقیق می باشد.

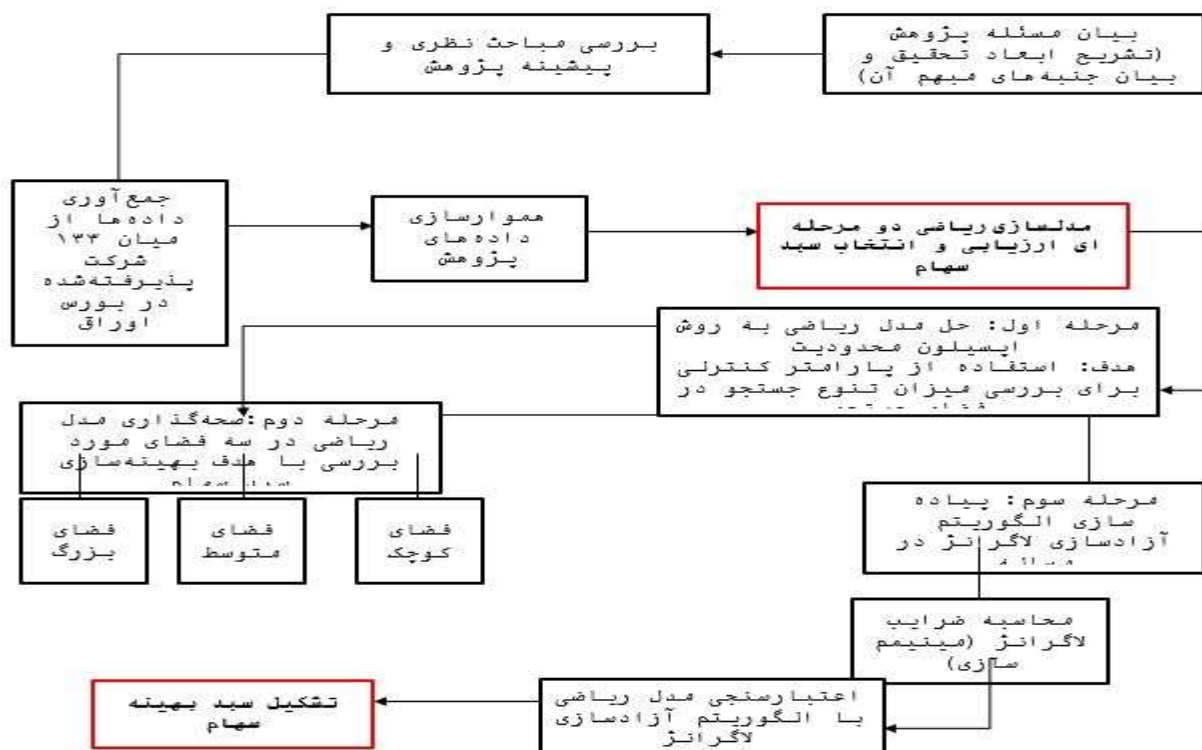
۵. مبانی نظری پژوهش

توسعه مفاهیم و قواعد پژوهش، در راستای تئوری‌ها و فرضیه‌های ارائه شده توسط متون علمی و مقالات امکان پذیر است از این رو در این بخش به بررسی مبانی نظری و تئوری‌ها و مدل‌های ارائه شده در راستای اهداف پژوهش پرداخته خواهد شد.

۶. روش پژوهش

پس از بررسی مبانی نظری و پیشینه پژوهش به بررسی روش پژوهش پرداخته می‌شود. روش پژوهش یکی از مباحث مهم در انجام یک پژوهش می‌باشد که باید به درستی انتخاب گردد تا در انجام و آزمون پژوهش دچار مشکل نشویم. ازجمله ویژگی‌های روش علمی که هدف آن کشف حقیقت است، برخورداری از یک روش پژوهش مناسب و نظام‌مند است. انتخاب روش پژوهش مناسب، بستگی به موضوع مورد پژوهش، ماهیت آن و هدف از انجام پژوهش دارد. هرچند در این راستا می‌بایست محدودیت و امکانات اجرایی را نیز مدنظر داشت. در این فصل نخست به بررسی روش پژوهش، سپس جامعه آماری و روش انتخاب نمونه آماری از بین شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران و تعداد آن پرداخته خواهد شد. در بخش بعدی به ارائه مدل ریاضی پژوهش دو مرحله ای و چند هدفه در خصوص ارزیابی و انتخاب سید سهام ارائه می‌شود. در بخش اول این فصل، مدل ریاضی پژوهش ارائه می‌گردد و در نهایت رویکرد مواجهه با عدم قطعیت ارائه شده و روش حل مدل ریاضی معرفی می‌گردد.

روش پژوهش حاضر بر اساس هدف از نوع کاربردی و از نظر نوع داده‌ها، پس رویدادی می‌باشد. پژوهش‌های کاربردی با استفاده از زمینه و بستر شناختی و معلوماتی که از طریق تحقیقات بنیادی فراهم شده برای رفع نیازمندی‌های بشر و بهبود و بهینه‌سازی ابزارها، روش‌ها، اشیاء و الگوها در جهت توسعه رفاه و آسایش و ارتقای سطح زندگی انسان مورد استفاده قرار می‌گیرند؛ هدف پژوهش‌ها کاربردی، توسعه دانش کاربردی در یک زمینه خاص است. در پژوهش‌های پس رویدادی، کشف علت‌ها یا عوامل بروز یک رویداد یا حادثه یا پدیده موردنظر است؛ بنابراین، پس از آنکه واقعه‌ای روی داد، پژوهش درباره آن شروع می‌شود. بنابراین می‌توان گفت که این پژوهش از نظر روش، جزء پژوهش‌های توصیفی همبستگی می‌باشد.



شکل (۱): چارت پژوهش

۷. جامعه و نمونه آماری پژوهش

جامعه آماری پژوهش شامل تمامی شرکت های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران بوده و نمونه آماری پژوهش نیز تمامی شرکت های موجود در بورس اوراق بهادار هستند که حجم نمونه شامل شرکت های فعال در بورس اوراق بهادار تهران است. نمونه آماری در این تحقیق با استفاده از روش حذفی و با اعمال شرایط ذیل انتخاب شد:

(الف) دوره مالی آن ها منتهی به پایان اسفندماه باشد.

(ب) شرکت قبل از سال آغاز قلمرو زمانی تحقیق، در بورس پذیرفته شده باشد.

(د) اطلاعات مورد نیاز در رابطه با این گونه شرکت ها در محدوده قلمرو زمانی تحقیق، در دسترس باشد.

(ه) شرکت طی دوره قلمرو زمانی، تغییر سال مالی و یا تغییر فعالیت نداده باشد.

تعداد ۱۳۳ شرکت مورد بررسی قرار گرفتند. نمونه ها در بازه زمانی ۱۳۸۸ تا ۱۴۰۱ برای ۱۴ سال مورد ارزیابی قرار گرفتند.

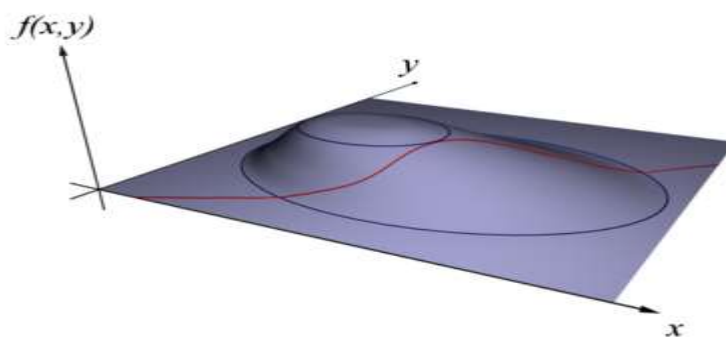
اعتبار سنجی مدل ریاضی با استفاده از الگوریتم تجزیه ای آزادسازی لاگرانژ

رویکرد روش آزادسازی لاگرانژ

آزادسازی ضرایب لاگرانژ به عنوان روشی برای به دست آوردن حدود بالا (و پایین) برای مقدار تابع هدف مسائل برنامه ریزی ریاضی با حل موفقیت آمیز مسئله ی فروشنده ی دوره گرد در سال ۱۹۷۰، که ابعاد آن در مقایسه با قدرت محاسباتی آن زمان بسیار بزرگ بود، مورد توجه قرار گرفت. با توجه به حجم محاسبات در مسائل بزرگ، به دست آوردن حدود بالا و پایین به لحاظ افزایش کارایی روش از اهمیت ویژه ای برخوردار است. در مسئله ی RP به شکل:

$$Z^P = \max\{f(x): x \in T \subseteq \mathbb{R}^n\}$$

اولا $S \subseteq T$ باشد، یعنی منطقه ی موجه مسئله ی P زیرمجموعه ی منطقه ی موجه مسئله ی RP باشد. ثانیا مقدار تابع هدف مسئله ی RP به ازای تمامی نقاط منطقه ی موجه مسئله ی P بزرگتر از مقدار تابع هدف مسئله ی P باشد.



شکل ۲: یافتن مقادیر x و y برای بیشینه کردن $f(x,y)$ به شرط محدودیت نشان داده به رنگ قرمز

۸. مفهوم آزادسازی

مفهوم آزادسازی در مسائل بهینه سازی یکی از موضوعات پر کاربردی است که عموماً در حل مسائل بهینه سازی ترکیباتی و غیر ترکیباتی استفاده می شود. شکل کلی آزادسازی در مسائل بهینه سازی به دو صورت است: آزادسازی روی

متغیرهای مسئله، یا آزادسازی روی قیودات مسئله. به عنوان مثال در آزاد کردن متغیرهای مسئله می‌توانید مسئله‌ای که دارای متغیرهای عدد صحیح است را با آزادسازی به یک مسئله برنامه‌ریزی خطی تبدیل کنید (رحیمی و همکاران، ۱۴۰۲). و همانطور که می‌دانید حل مسئله برنامه‌ریزی خطی پیچیدگی کمتری نسبت به برنامه‌ریزی عدد صحیح دارد. مبنای الگوریتم آزادسازی لاگرانژ آزاد کردن برخی از قیودات مسائل بهینه‌سازی می‌باشد.

به عنوان مثالی دیگر، در روش شاخه و کران، می‌توان از هر دو نوع آزادسازی برای حل مسائل بهینه‌سازی کمک گرفت.

$f(x)$ را آزاد شده‌ی $g(x)$ می‌دانیم، به شرط اینکه:

(۱)

$$\min\{g(x) | x \in S' \subset R^n\}$$

$$\min\{f(x) | x \in S \subset R^n\}$$

فضای $S' \subset S$ ؛ یعنی فضای حل گسترش می‌یابد.

$$\forall x \in S' \quad f(x) \leq g(x) \quad \text{برای مسائل می‌نیمم سازی}$$

حدود بالا و پایین

فرض کنید x^* : اولیه مسئله بهینه مقدار و \bar{x}^* : آزاد شده مسئله بهینه مقدار باشد.

در مسائل می‌نیمم سازی داریم:

(۲)

$$f(x^*) \geq f(\bar{x}^*) + \lambda(b - A\bar{x}^*)$$

در مسائل Min سازی مسئله‌ی آزاد شده یک کران پایین برای مسئله اولیه می‌باشد.

در مسائل ماکزیمم سازی داریم:

(۳)

$$f(x^*) \leq f(\bar{x}^*) + \lambda(b - A\bar{x}^*)$$

در مسائل Max سازی مسئله‌ی آزاد شده یک کران بالا برای مسئله اولیه می‌باشد.

در آزادسازی باید کاری کنیم که یک LB خوب یا یک UB خوب به دست آوریم. به عبارتی رویکرد ما این است که مسئله را n بار به تعداد محدودی به ازای λ های مختلف حل می‌کنیم تا بسته به مسئله یک کران پایین یا یک کران بالای خوب به دست آوریم.

دوگان لاگرانژ

مسئله D به صورت زیر را دوگان لاگرانژ مسئله گوییم:

(۳)

$$D \quad Z(D) = \min_{\lambda \geq 0} Z(LR_\lambda)$$

قضیه: اگر مسئله D دوگان لاگرانژ مسئله اولیه $Z(P)$ باشد، آنگاه:

(۴)

$$Z(D) \geq Z(P)$$

برهان: داریم: به ازای هر $\lambda \geq 0$: $Z(P) \leq Z(LR_\lambda)$ بنابراین:
(۵)

$$Z(P) \leq \min_{\lambda} Z(LR_\lambda) = Z(D)$$

محاسبه ضرایب لاگرانژ (مینیمم سازی)

قدم (۱) شروع با بردار ضرایب لاگرانژ $\lambda = 0$ و اندازه k $step\ size$

قدم (۲) حل مسئله آزاد شده (D) و محاسبه x^*

قدم (۳) اگر λ_i $\lambda_i = \lambda_i + k$ x^* برقرار نشد، آنگاه

قدم (۴) اگر λ_i $\lambda_i = \lambda_i - k$ x^* برقرار شد، آنگاه

قدم (۵) اگر پس از m تکرار متوالی در مقدار بهترین کران پایین بهبودی ایجاد نشد آنگاه $k = k/2$

قدم (۶) رجوع به قدم ۲

۹. یافته‌های پژوهش

هموارسازی داده‌های پژوهش

در مرحله اول از ارائه مدل ریاضی دو مرحله ای ارزیابی و انتخاب سبد سهام، اطلاعات پس از دسته بندی، هموار شدند. هموارسازی داده‌ها می‌تواند بهبودی در جستجوی الگوریتم‌ها ایجاد کند. با تنظیم و بهینه‌سازی داده‌ها، الگوریتم‌های فراابتکاری قادر به بهترین استفاده از منابع محاسباتی و زمانی خود می‌شوند و به نتایج بهتری دست می‌یابند. در الگوریتم‌های فراابتکاری، جستجو در فضای بزرگی از راه حل‌ها انجام می‌شود. هموارسازی داده‌ها می‌تواند زمان اجرا و تعداد نمونه‌های مورد نیاز را کاهش داده و عملکرد الگوریتم را بهبود بخشد. بنابراین هموارسازی داده‌ها می‌تواند باعث افزایش پایداری و قابل اعتماد بودن الگوریتم‌های فراابتکاری شود. با تنظیم و استانداردسازی داده‌ها، نتایج تولید شده توسط الگوریتم‌ها به طرز قابل قبولی تغییر نمی‌کنند و مستقل از شرایط اولیه و تنظیمات می‌شوند. هدف از هموارسازی اطلاعات مرتبط با داده‌های پژوهش این است که داده‌هایی که در یک دسته موجود هستند و از میانگین هر دسته فاصله (انحراف) زیادی دارند، به‌عنوان داده نامناسب حذف می‌گردند و یا با یک ضریب وزنی (w_{ij}^h) مورد استفاده قرار می‌گیرند. از رابطه زیر جهت هموارسازی داده‌ها استفاده شد:

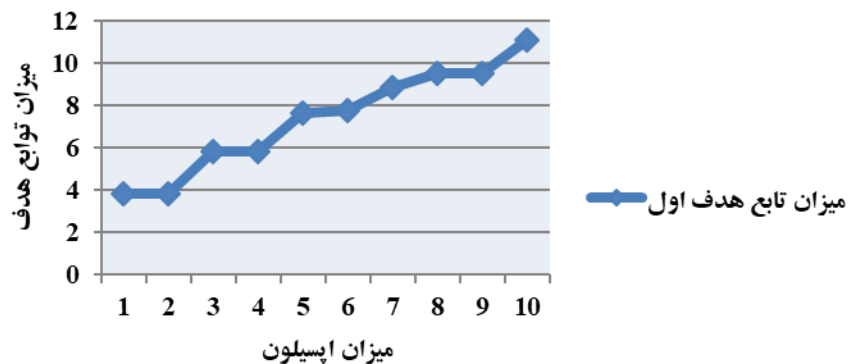
(۶)

$$\Delta X = \frac{|x_{ij}^d - x_i^d|}{x_i^d} \Rightarrow \text{If } \Delta X \leq 0.2 \rightarrow w_{ij}^d = 1; \text{ If } 0.4 < \Delta X < 0.8 \rightarrow w_{ij}^d = 0.5; \text{ If } \Delta X \geq 0.8 \rightarrow w_{ij}^d = 0.$$

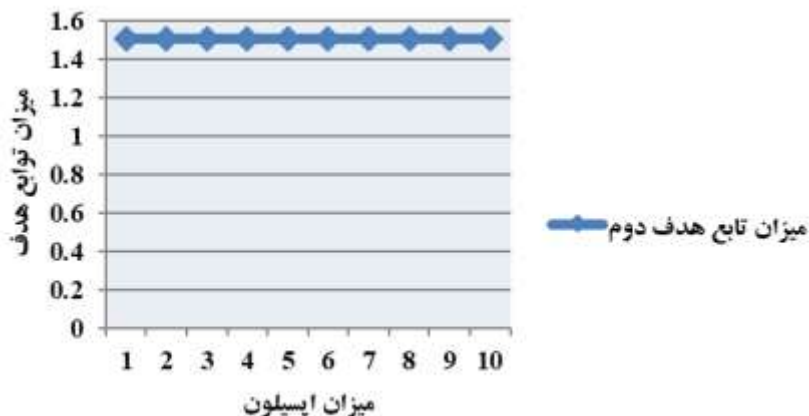
$$x_i^h = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ij}^d \times x_{ij}^d}{\sum_{j=1}^n w_{ij}^d}$$

که در این رابطه، x_{ij}^h زامین داده از متغیرهای پژوهش مربوط به دسته i ام و سال d ام می‌باشد. x_i^d میانگین متغیرهای مربوط به دسته i ام و سال d ام پس از هموارسازی می‌باشد. نتایج هموارسازی داده‌ها نشان داد که ۹۱/۸٪ داده‌ها از سطوح همواری مناسبی برخوردار بودند و به عنوان داده‌های مورد استفاده برای انجام فرآیند تحلیل استفاده شدند. در حالی که ۸/۲٪ داده‌ها از سطوح همواری مناسب برخوردار نبودند و از ادامه فرآیند مدلسازی حذف گردیدند. به طور کلی نتایج هموارسازی داده‌ها نشان داد که داده‌های مورد استفاده از میزان همواری بسیار مناسبی برخوردار بودند. به طور کلی باید بیان داشت که در الگوریتم‌های فراابتکاری، معمولاً اپسیلون (ϵ) به عنوان یک پارامتر کنترلی استفاده می‌شود که نشان‌دهنده میزان تنوع جستجو در فضای جستجو است. اپسیلون می‌تواند به صورت ثابت تعریف شود یا به صورت دینامیک و تطبیقی تغییر کند. اپسیلون نشان‌دهنده میزان تنوع جستجو در فضای جستجو باشد (دنگ و همکاران، ۲۰۲۲). مقدار کوچکتر اپسیلون به معنی جستجوی دقیق‌تر و تمرکز بیشتر بر نقاط بهینه محلی است، در حالی که مقدار بزرگتر اپسیلون منجر به جستجوی گسترده‌تر و کشف نقاط بهینه جدید می‌شود. نتایج به دست آمده از مقادیر اپسیلون برای هر تابع هدف اول، دوم و سوم نشان می‌دهد که میزان تنوع جستجو و جستجوی دقیق‌تر برای هر سه تابع هدف دقیق‌تر و حاکی از تمرکز بیشتر بر نقاط بهینه محل در بهینه‌سازی سبد سهام است.

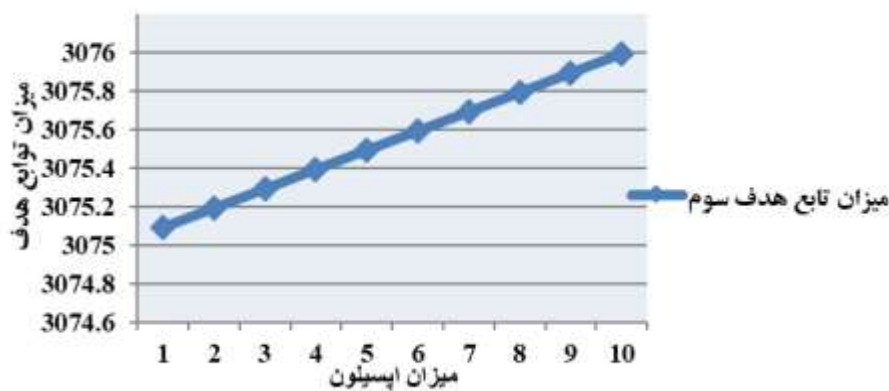
در شکل‌های زیر نمودار پارتو برای هر تابع هدف نشان داده شده است.



نمودار ۱: نمودار پارتو برای تابع هدف اول



نمودار ۲: نمودار پارتو برای تابع هدف دوم



نمودار ۳: نمودار پارتو برای تابع هدف سوم

نمودار پارتو برای سه تابع هدف نشان می‌دهد که به جای یافتن یک نقطه بهینه واحد، مجموعه‌ای از حل‌های نزدیک به پارتو را می‌توان به دست آورد. این حل‌ها در نقطه‌ای قرار دارند که هیچ حل دیگری وجود ندارد که در همه اهداف بهتر یا مساوی باشد و برعکس، حداقل یک هدف را بهتر کند. در واقع، حل‌های پارتو به صورت غیرقابل بهبود در مقابل هم قرار دارند. مطابق این نمودارها جابجایی و تغییرات در ترکیب بهترین حل‌ها در طول زمان قابل مشاهده است.

جدول ۱- سطوح بررسی مدل ریاضی

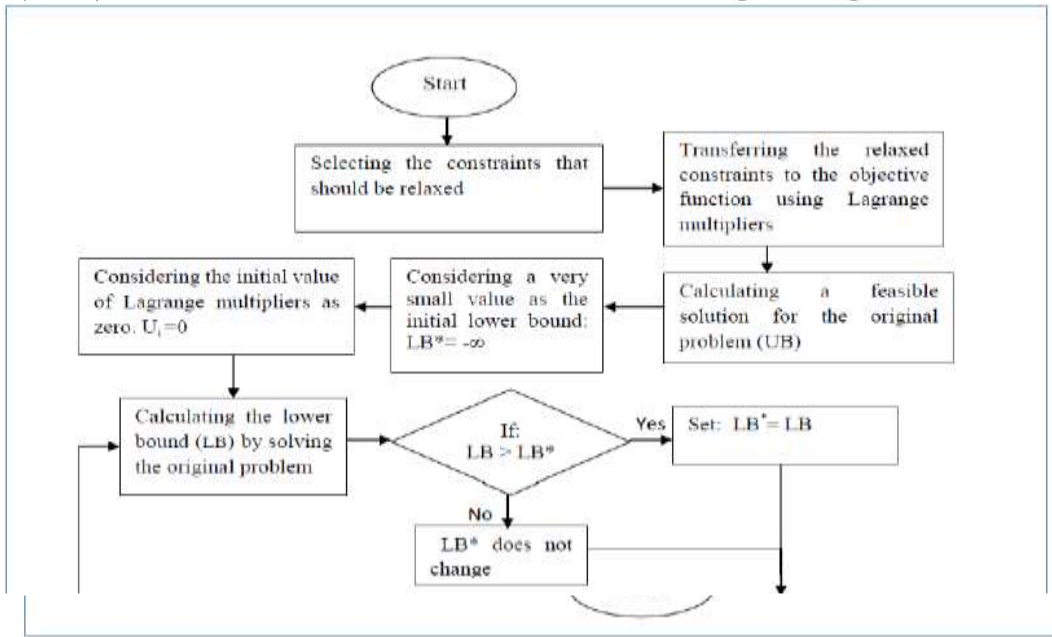
سطح	اندازه سبد سهام	اندیس سهم	ویژگی اقتصادی هر سبد	نرخ بازگشت سرمایه هفتگی
کوچک	۱۰	۵	۳	۴
متوسط	۱۵	۱۰	۶	۵
بزرگ	۳۰	۲۰	۹	۹

با توجه به تعریف سطوح بررسی مدل ریاضی، به ارزیابی پاسخ‌های مدل در ابعاد مختلف پرداخته می‌شود. شایان ذکر است با توجه به حفظ اعتبار سبد سهام بازار بورس سعی شده است تا از نماد های دیگر برای تحلیل استفاده شود.

پیاده سازی الگوریتم آزادسازی لاگرانژ در مساله

با توجه به حل مدل ریاضی در نرم افزار گمز و حل اپسیلون محدودیت، مشاهده گردید که مدت زمان حل مدل با افزایش مقدار اپسیلون افزایش می‌یابد و از سوی دیگر با توجه به مدت زمان حل مدل، مدل ارائه شده در حالت NP-HARD قرار گرفته است و با توجه به ارزیابی صورت پذیرفته قید سخت کننده مدل مربوط به ارزیابی تعداد سهم هر سبد می‌باشد. از این رو آزادسازی این قید با استفاده از رویکرد روش آزادسازی لاگرانژ انجام گردید با توجه به بررسی ابعاد جعبه پارتوی بهینه جواب تابع اهداف، لذا با استفاده از رویکرد روش آزادسازی لاگرانژ به بحث و بررسی مدل ریاضی پرداخته می‌شود. با بهبود معیار صحت‌گذاری و تنظیم مقدار لاگرانژ، الگوریتم به راه‌حل بهینه و مطابق با محدودیت‌ها نزدیک می‌شود در نهایت اعتبار

بهینه سازی مدل را بررسی می کند.



شکل ۳: مدل کلی دیگد الگوریتم آزادسازی لاگرانژ

از این رو دی کد سازی (بازگشایی کد) فلوچارت الگوریتم آزادسازی لاگرانژ به شرح ذیل است:

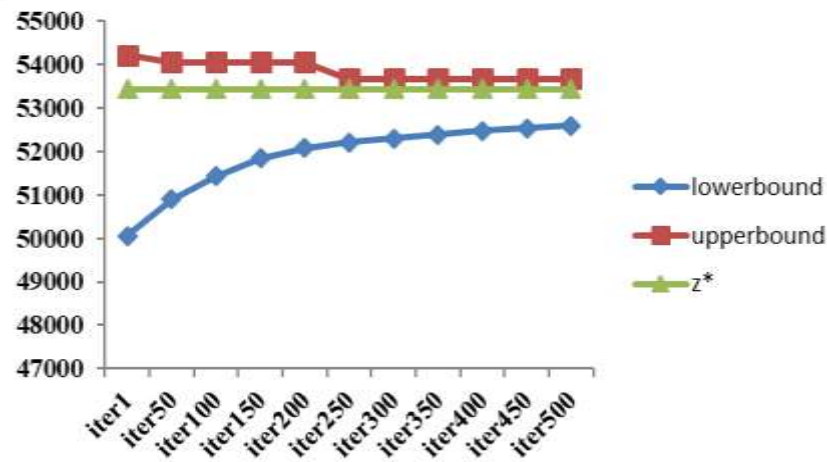
(۷)

- Step 1 $u(t) = \cdot$; Initialize multipliers $u_t \in [\underline{u}_t, \bar{u}_t]$, that $\underline{u}_t = \text{Min}\{u(t)\}$, $\bar{u}_t = \text{Max}\{u(t)\}$
Set lower bound $LB = \cdot$ and upper bound $UB = \hat{Z}$
Where \hat{Z} is any feasible solution, e.g., final solution obtained from epsilon Algorithm
- Step 2 Calculate $Z_{LR}^n = Z_{LR}(u_t)$.
Set $LB = \max\{LB, Z_{LR}^n\}$.
If $UB - LB \leq \varepsilon$ or $n = \text{MAX}_n$ then STOP else go to step 3.
- Step 3 Compute subgradients and step size
Subgradients: $\sqrt{\sum_P \text{TF}_p * \sum_{I \in N_F} \text{XY}_{p\text{TI}}}$
Step size: $teta^n = \frac{\sqrt{\sum_P \text{TF}_p * \sum_{I \in N_F} \text{XY}_{p\text{TI}}}}{\sum_t \sqrt{\sum_P \text{TF}_p * \sum_{I \in N_F} \text{XY}_{p\text{TI}}}}$
If $Z_{LR}^n - Z_{LR}^{n-1} \leq \cdot$ then use $teta^n = \frac{1}{\gamma} teta^{n-1}$, if not use $teta^n = teta^{n-1}$.

Step 4 Update each multiplier as $u_t^{n+1} = \max\{\cdot, u_t^n - \sqrt{\sum_p TF_p * \sum_{l \in N_F} XY_{pTI}}\}$.

Step 5 Set $n = n + 1$ and go to Step 2.

با توجه به ارزیابی مدل ریاضی در الگوریتم لاگرانژ نمودار شکل ۴-۲۳ با هدف همگرایی الگوریتم آزادسازی لاگرانژ به جواب بهینه به دست آمده است.



نمودار ۴: همگرایی الگوریتم آزادسازی لاگرانژ به جواب بهینه

با توجه به ارزیابی صورت پذیرفته، همگرایی الگوریتم آزادسازی لاگرانژ پس از ۲۵۰ حلقه چرخش به بهینگی رسیده است و از سوی دیگر حد پایین الگوریتم لاگرانژ فاصله زیادی تا سطح بهینگی دارد از ای رو ارزیابی حد بالای الگوریتم لاگرانژ روند مناسبی در جهت ارزیابی مدل ارزیابی و انتخاب سبد سهام می باشد. در این ارزیابی مدت زمان حل و مقدار بهینه دو روش CPLEX و آزادسازی لاگرانژ مورد بحث قرار گرفته است که نتایج آن در جدول ۴-۴۱ نشان داده شده است.

جدول ۲- ارزیابی مدت زمان حل و مقدار بهینه دو روش CPLEX و آزادسازی لاگرانژ

مساله	سبد سهام	ویژگی	سهم	حل CPLEX	حل لاگرانژ	زمان حل CPLEX(s)	زمان حل لاگرانژ(s)
Sam1	۴	۸	۱۵	۶۹۸۹	۶۹۸۹	۰.۸۱۱	۰.۰۶۲
Sam2	۵	۹	۱۵	۴۰۹۶	۴۰۹۶	۰.۳۵۹	۰.۳۴۳
Sam3	۶	۹	۲۰	۲۱۲۱۵	۲۱۲۱۵	۰.۵۶۲	۰.۵۴۶
Sam4	۶	۹	۲۵	۱۸۲۵۹	۱۸۲۵۹	۰.۶۰۸	۰.۵۰۰
Sam5	۷	۹	۳۰	۸۲۳۷۲	۸۲۳۷۲	۱۲.۳	۲.۷۱۴

زمان حل لاگرانژ (s)	زمان حل CPLEX(s)	حل لاگرانژ	حل CPLEX	سهم	ویژگی	سبد سهام	مساله
۶,۴۶۱	۱۳,۴۲	۱۰۲۳۴۱	۱۰۲۳۴۱	۳۵	۱۰	۷	Sam6
۷,۴۵۳	۱۴,۸۷	۱۲۱۴۳۰	۱۲۱۴۳۰	۴۰	۱۰	۷	Sam7

جدول ۳- ارزیابی مدت زمان حل و مقدار بهینه دو روش CPLEX و آزادسازی لاگرانژ

زمان حل لاگرانژ (s)	زمان حل CPLEX(s)	حل لاگرانژ	حل CPLEX	سهم	ویژگی	سبد سهام	مساله
۰,۰۶۲	۰,۸۱۱	۶۹۸۹	۶۹۸۹	۱۵	۸	۴	Sam1
۰,۳۴۳	۰,۳۵۹	۴۰۹۶	۴۰۹۶	۱۵	۹	۵	Sam2
۰,۵۴۶	۰,۵۶۲	۲۱۲۱۵	۲۱۲۱۵	۲۰	۹	۶	Sam3
۰,۵۰۰	۰,۶۰۸	۱۸۲۵۹	۱۸۲۵۹	۲۵	۹	۶	Sam4
۲,۷۱۴	۱۲,۳	۸۲۳۷۲	۸۲۳۷۲	۳۰	۹	۷	Sam5
۶,۴۶۱	۱۳,۴۲	۱۰۲۳۴۱	۱۰۲۳۴۱	۳۵	۱۰	۷	Sam6
۷,۴۵۳	۱۴,۸۷	۱۲۱۴۳۰	۱۲۱۴۳۰	۴۰	۱۰	۷	Sam7
۸,۲۱۳	۱۷,۳۴	۱۸۷۹۶۲	۱۸۷۹۶۲	۴۵	۱۵	۸	Sam8
۱۰,۴۷	۱۹,۳۴	۲۳۱۹۰۸	۲۳۱۹۰۸	۵۰	۱۵	۹	Sam9
۱۱,۲۳	۲۶,۴۲۷	۳۴۷۶۰۴	۳۴۷۶۰۴	۵۵	۱۵	۱۰	Sam10
۱۵,۴۶۴	۱۲۴,۰۸۳	۷۶۸۹۰۶	۷۶۸۹۰۶	۶۰	۱۵	۱۰	Sam11
۲۷,۴۲۵	۵۳۴,۰۹۸	۱۰۹۳۴۰۵	۱۰۹۳۴۰۵	۶۵	۲۰	۱۱	Sam12

با توجه به ارزیابی صورت پذیرفته بر روی حل CPLEX و آزادسازی لاگرانژ مشاهده می شود در ابعاد کوچک مدت زمان حل CPLEX متناسب با روش لاگرانژ بوده و مقادر تابع هدف روش آزادسازی لاگرانژ درصد خطای کمتری نسبت به روش حل دقیق داشته است. از سوی دیگر با افزایش ابعاد مساله مدت زمان حل آزادسازی لاگرانژ به مراتب مدت زمانی کمتری مدل را گزارش کرده است که در این بین نشان از کارایی الگوریتم آزادسازی لاگرانژ بر روی مدل ارزیابی انتخاب سبد سهام ارائه شده معرفی شده است.

۱۰. نتیجه گیری

یافته های این مطالعه چندین بینش مهم را نشان می دهد. در مرحله اول، زمان محاسباتی الگوریتم MOPSO طولانی تر از الگوریتم NSGAI نشان داده شده است، که نشان دهنده مزایای بازده بالقوه دومی است. علاوه بر این، میانگین توابع هدف اول و دوم الگوریتم MOPSO برتری آن را نسبت به NSGAI نشان می دهد و نشان می دهد که MOPSO ممکن است در جنبه های خاص بهینه سازی پورتفولیو برتر باشد. با این حال، سایر پارامترهای تحلیلی مانند NPF، MSI و SM نشان می دهند که الگوریتم NSGAI بهتر از MOPSO عمل می کند و پیچیدگی و ماهیت چند وجهی مسئله بهینه سازی پورتفولیو را برجسته می کند. این مطالعه بیشتر از روش TOPSIS برای نشان دادن اینکه الگوریتم NSGAI مطلوب تر از MOPSO است، استفاده می کند. بحث در مورد یافته های این مطالعه در درک مفاهیم بهینه سازی سبد سرمایه گذاری بسیار مهم است. مقایسه دو الگوریتم فراابتکاری بینش های ارزشمندی را در مورد نقاط قوت و ضعف نسبی آنها ارائه می دهد و کاربردهای بالقوه آنها را در پرداختن به پیچیدگی های انتخاب سبد سرمایه گذاری روشن می کند. علاوه بر این، استفاده از نظریه عدم قطعیت «پایداری برتسیماس و سیم» در این مطالعه، لایه ای از استحکام را به مدل ریاضی پیشنهادی اضافه می کند و عدم قطعیت های ذاتی در تصمیم گیری سرمایه گذاری را تصدیق می کند و به آنها رسیدگی می کند.

نتایج این مطالعه نشان می دهد که الگوریتم NSGAI در بهینه سازی مؤثر انتخاب سبد سرمایه گذاری، به ویژه هنگام در نظر گرفتن طیف وسیعی از پارامترهای تحلیلی، نویدبخش است. با این حال، مهم است که تشخیص داده شود که یافته ها زمینه ای هستند و ممکن است به طور کلی برای همه سناریوهای سرمایه گذاری اعمال نشوند. پیچیدگی مسئله بهینه سازی پورتفولیو و ماهیت چند بعدی تصمیمات سرمایه گذاری مستلزم درک دقیقی از نقاط قوت و محدودیت های رویکردهای مختلف است.

در نتیجه، این مطالعه با معرفی یک مدل ریاضی چندهدفه دو مرحله ای جدید و استفاده از تئوری عدم قطعیت "پایداری برتسیماس و سیم" به طور قابل توجهی به زمینه بهینه سازی سبد سرمایه گذاری کمک می کند. مقایسه الگوریتم های فراابتکاری MOPSO و NSGAI بینش های ارزشمندی را در مورد عملکرد نسبی آنها ارائه می کند و راهنمایی های بالقوه را برای پزشکان و محققان در زمینه بهینه سازی سبد سرمایه گذاری ارائه می دهد. یافته های این مطالعه بر اهمیت مدل های ریاضی قوی، نظریه های عدم قطعیت و الگوریتم های پیشرفته در پرداختن به چالش های انتخاب سبد سرمایه گذاری تاکید می کند. در حالی که الگوریتم NSGAI عملکرد مطلوبی را در پارامترهای تحلیلی متعدد نشان می دهد، مهم است که محدودیت های مطالعه، از جمله زمینه خاص آن و محدودیت های بالقوه اجرای عملی را تأیید کنیم.

با حرکت رو به جلو، تحقیقات آینده در این زمینه باید با هدف رسیدگی به این محدودیت ها و بررسی بیشتر کاربرد مدل ریاضی پیشنهادی و الگوریتم های فراابتکاری در سناریوهای سرمایه گذاری متنوع باشد. علاوه بر این، ادغام محدودیت های دنیای واقعی مانند در دسترس بودن داده ها، هزینه های مبادله و نقدینگی بازار در مدل می تواند ارتباط عملی و اثربخشی آن را افزایش دهد. به طور کلی، این مطالعه پایه محکمی برای تحقیقات بیشتر و کاربردهای عملی با هدف افزایش کارایی و اثربخشی فرآیندهای تصمیم گیری سرمایه گذاری فراهم می کند. با اذعان به پیچیدگی ها و عدم قطعیت های ذاتی در بهینه سازی سبد سرمایه گذاری، این مطالعه راه هایی را برای ادامه اکتشاف و نوآوری در این حوزه حیاتی مالی باز می کند.

منابع

- اسفندیار، مهدی، کرامتی، محمدعلی، غلامی جمکرانی، رضا، کاشفی نیشابوری، محمدرضا، (۱۴۰۱)، بهینه سازی پرتفوی سهام در بورس اوراق بهادار تهران (کاربرد رهیافت یادگیری تقویتی)، مدل سازی اقتصادی، دوره ۱۶، شماره ۵۸، صص ۶۶-۵۱.
- آسیابی اقدم، لیلا، رحیم زاده، اشکان، فلیحی، نعمت، رجائی، یدانه، (۱۴۰۰)، انتخاب سبد دارایی سهام مبتنی بر روش اقتصاد رفتاری (مورد مطالعه بازار بورس تهران)، اقتصاد مالی، سال پانزدهم، شماره ۵۵، صص ۱۸۹-۱۵۵.
- پیکانی، پژمان، محمدی، عمران، برزین پور، فرناز، جندقیان، علیرضا، (۱۳۹۹)، انتخاب سبد سهام تحت محدودیت های معاملاتی و عدم قطعیت داده ها با استفاده از رویکرد بهینه سازی استوار و الگوریتم فراابتکاری NSGA-II، مدیریت فردا، سال نوزدهم، شماره ۶۲.
- رحیمی، رحمان، اکبری، آیدا، (۱۴۰۲)، بهینه سازی سبد سهام با الگوریتم های مختلف، چشم انداز حسابداری و مدیریت، دوره ۶، شماره ۷۹.
- کشاورز، سیروس، عبدالباقی عطاآبادی، عبدالمجید، وزیر سرشک، مجید، آرمان، محمدحسین، (۱۴۰۰)، راهبردهای سرمایه گذاری مبتنی بر شاخص های تکنیکال: شواهدی از واکنش های رفتاری سرمایه گذاران، مدیریت دارایی و تامین مالی، سال نهم، شماره چهارم، شماره پیاپی، ۳۵، صص ۹۶-۶۹.
- یزدانی خداهشهری، محمدباقر، نسل موسوی، سید حسین، حسینی شیروانی، میر سعید، (۱۴۰۰)، انتخاب بهینه سبد سهام با استفاده از الگوریتم فراابتکاری، تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال هجدهم، شماره اول، پیاپی ۶۸، بهار ۱۴۰۰، صص ۱۰۱-۱۲۴.

- Behera, Jyotirmayee, Pasayat, Ajit Kumar, Behera, Harekrushna, Kumar, Pankaj, (2023), Prediction based mean-value-at-risk portfolio optimization using machine learning regression algorithms for multi-national stock markets, Engineering Applications of Artificial Intelligence, Volume 120, 105843, <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2023.105843>.
- Brito, Irene, (2023), A portfolio stock selection model based on expected utility, entropy and variance, Expert Systems With Applications 213 (2023) 118896
- Burkart Freitas, Washington, Bertini, João Roberto, (2023), Random walk through a stock network and predictive analysis for portfolio optimization, Expert Systems with Applications, Volume 218, 2023, 119597, ISSN 0957-4174, <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.119597>.
- Chen, Zerong, (2023), On Cooperative Game Approaches For Optimal Portfolio Selection, The 2022 International Conference on Financial Technology and Business Analysis DOI: 10.54254/2754-1169/5/20220075.
- Corberán-Vallet, Ana, Vercher, Enriqueta, V. Segura, José, Bermúdez, José D., (2023), A new approach to portfolio selection based on forecasting, Expert Systems With Applications 215 (2023) 119370.
- Dai, Hong-Liang, Huang, Cui-Yin, Dai, Hong-Ming, Lai, Fei-Tong, Lv, Xiao-Ting, Muhammad Adnan, Rana, (2023), A novel adjusted learning algorithm for online portfolio selection using peak price tracking approach, Decision Analytics Journal 7 (2023) 100256.
- Deng, Xue, Chen, Chuangjie, (2022), Novel linear programming models based on distance measure of IFSs and modified TOPSIS method for portfolio selection, Egyptian Informatics Journal 23 (2022) 13-31.
- Felipe Silva, Natan, Santos, Marcos dos, Simões Gomes, Carlos Francisco, Pedro de Andrade, Lélis, (2023), An integrated CRITIC and Grey Relational Analysis approach for investment portfolio selection, Decision Analytics Journal 8 (2023) 100285.
- Gioia, Daniele G., Fior, Jacopo, Cagliero, Luca, (2023), Early portfolio pruning: a scalable approach to hybrid portfolio selection, Knowledge and Information Systems (2023) 65:2485-2508
- Hafezi, R., Shahrabi, J., & Hadavandi, E. (2015). A bat-neural network multi-agent system (BNNMAS) for stock price prediction: Case study of DAX stock price. Applied Soft Computing, 29, 196-210.

- Ho, Kin-Yip, Tracy Wang, Kun, Walter Wang, Wanbin, (2023), A novel approach to portfolio selection using news volume and sentiment, *International review of finance*, 1-15, DOI: 10.1111/irfi.12427.
- Jang, Junkyu, Seong, NohYoon, (2023), Deep reinforcement learning for stock portfolio optimization by connecting with modern portfolio theory, *Expert Systems with Applications*, Volume 218, 119556, <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.119556>.
- Kumar, Akhilesh, Shahid, Mohammad, (2023), Portfolio selection model using teaching learning-based optimization approach, *IAES International Journal of Artificial Intelligence*, Vol. 12, No. 3, September 2023, pp. 1083~1090.
- Li, Bo, Zhu, Yuanguo, Sun, Yufei, Aw, Grace, Lay Teo, Kok, (2018), Multi-period portfolio selection problem under uncertain environment with bankruptcy constraint, *Applied Mathematical Modelling* 56 (2018) 539–550 .
- Lim, S., Oh, K. W., & Zhu, J. (2014). Use of DEA cross-efficiency evaluation in portfolio selection: An application to Korean stock market. *European Journal of Operational Research*, 236(1), 361-368.
- Martínez-Vega, D. A., Cruz-Reyes, L., Gomez-Santillan, C., Rangel-Valdez, N., Rivera, G., & Santiago, A. (2018). Modeling and Project Portfolio Selection Problem Enriched with Dynamic Allocation of Resources. In *Fuzzy Logic Augmentation of Neural and Optimization Algorithms: Theoretical Aspects and Real Applications* (pp. 365-378). Springer, Cham.
- Shadabfar, Mahboubbeh, Cheng, Longsheng, (2020), Probabilistic approach for optimal portfolio selection using a hybrid Monte Carlo simulation and Markowitz model, *Alexandria Engineering Journal* (2020) 59, 3381–3393.
- Silva, G., N., Lima, D.E. G., Carvalho, D.A., Teixeira, E., S., Louzada, F., arboza, F., Philippi, G, Fiorucci, J,A, Gomes, J.L.S., Riberio, J., R., Araujo, K.A.G., Miranda Neto, M., Assis, N.S., Guilarte., O.F., Montano, P.F., Ishizaka., R,K, Martins, V.,O., (2023), Portfolio Selection with minimum investment constraints, *Mathematics in Industry Reports*, Communicated to MIIR on 19 July 2023.
- Takano, Yuichi, Gotoh, Jun-ya, (2023), Dynamic portfolio selection with linear control policies for coherent risk minimization, *Operations Research Perspectives* 10 (2023) 100262.
- Uysal, A.Sinem, Li, Xiaoyue, Mulvey, J.Mulvey, (2023), End-to-end risk budgeting portfolio optimization with neural networks. *Annuals Operation Research*, <https://doi.org/10.1007/s10479-023-05539-4>.
- Wang, Jun, Gan, Xin, (2023), Neurodynamics-driven portfolio optimization with targeted performance criteria, *Neural Networks*, Volume 157, Pages 404-421, <https://doi.org/10.1016/j.neunet.2022.10.018>.
- Wang, W., Li, W., Zhang, N., Liu, K., (2020). Portfolio formation with pre-selection using deep learning from long-term financial data. *Expert Syst. Appl.* 143,
- Wardhani, R. A., Surono, S., Wen, G. K., (2022), Optimization of portfolio using Fuzzy selection, *BAREKENG: J. Math. & App.*, vol. 16, iss. 4, pp. 1325-1336, Dec., 2022.
- Xue, Li, Di, Hao, Zhao, Xuejun, Zhang, Zili, (2019), Uncertain portfolio selection with mental accounts and realistic constraints, *Journal of Computational and Applied Mathematics* 346 (2019) 42–52